

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (CdL. EF)

Dott. Giovanni Masala – 14 giugno 2016



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\log(-x^2 + x + 12)}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

Dominio	$E = (-3, -2) \cup (2, 4)$
Positività	$P = \left(\frac{1-3\sqrt{5}}{2}, -2 \right) \cup \left(2, \frac{1+3\sqrt{5}}{2} \right)$
Intersezioni	$A\left(\frac{1-3\sqrt{5}}{2}; 0\right) \quad B\left(\frac{1+3\sqrt{5}}{2}; 0\right)$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + x + 3}{x^2 + 5}}$

Derivata prima	$f' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2 + x + 3}{x^2 + 5}}} \cdot \frac{(x+1) \cdot (5-x)}{(x^2 + 5)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M\left(5; \sqrt{11/10}\right) \quad m\left(-1; 1/\sqrt{2}\right) \quad \text{cresce in } (-1, 5)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = x \cdot \log(x^2 + 9)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x^2}{x^2 + 9} + \log(x^2 + 9) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{2x \cdot (x^2 + 27)}{(x^2 + 9)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F(0; 0) \quad \text{convessa in } (0, +\infty)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{-2x^5 + 4x^3 + 8x - 9}{(x^2 - 7x + 10) \cdot (x^2 - 9)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-3, 2, 3, 5\}$
As. verticali	$x = -3, x = 2, x = 3, x = 5$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = -2x - 14$

Domande teoriche

1) Il teorema degli zeri con esempio (punti 3)

2) Il teorema di De L'Hospital con esempio (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^2 \left(\sqrt{x} + \frac{2x+4}{4x+6} \right) dx \quad \text{e} \quad \int 3x^4 \cdot \log 2x \, dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \frac{1}{4}(2x+3) + \frac{1}{4}\log(4x+6)$ $\frac{1}{12} \left(-2 + 16\sqrt{2} + 3\log \frac{7}{5} \right) \approx 1,80$
Integrale indefinito	$\frac{3}{25}x^5 \cdot (5\log 2x - 1) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 4x + k \cdot y + 3z = 3 \\ 3x + y + 4k \cdot z = -2 \\ x - 2y - 3z = k \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -11; 3/4$: incompatibile $k \neq -11; 3/4$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{4k^3 + 15k + 3}{4k^2 + 41k - 33}; \quad y = \frac{-16k^2 + 21k + 57}{4k^2 + 41k - 33}; \quad z = \frac{-3k^2 + 2k - 37}{4k^2 + 41k - 33}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x \cdot (2x - 3y + 4) - 2y^2 + 2y - 4$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x + 3y = 4$

Derivate parziali	$f_x = 4x - 3y + 4 \quad f_y = -3x - 4y + 2$
Estremi liberi	$S(-2/5; 4/5) \quad z = -4 \quad H = -25$
Estremi vincolati	$m(-1/5; 7/5) \quad \lambda = -1 \quad z = -5$ $H = -50$

Domande teoriche.

- 3) Il teorema della media con esempio (punti 4, 4*)
- 4) Il teorema di Rouché-Capelli e sistemi indeterminati (punti 3*)
- 5) Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange (punti 3*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.
 Punteggi II parte contrassegnati con *.